

測圓海鏡細草

測圓海鏡細草卷第八

翰林學士知制誥同修國史樂城李冶撰

明車後一十六問

或問出南門向東有槐樹一株出東門向南有柳樹一株丙丁俱出南門丙直行丁往至槐樹下甲乙俱出東門甲直行乙往至柳樹下四人遙相望見各不知所行步數只云丙丁共行了二百七步甲乙共行了四十六步又云甲丙立處相距二百八十九步問荅同前

法曰以二共相減數又以減距數爲實二爲法得平勾卅

草曰識別得丙丁共卽明和也甲乙共卽重和也相距步卽極弦也二共相併卽極弦內少个虛黃也又爲極和內少个虛和也二共相減餘爲平勾高股差也又爲虛差極差共也又爲通差內減極差也立天元爲平勾加入二共相減數得阮山爲高股又加天元得阮山爲極弦寄左以相距步二百八十九

便以爲皇極勾弦差也

內帶重
和分母

以天元重弦

便爲皇極股弦差以乘之又倍之得

虛弦竈

內有重
和分母 寄左

然後以虛弦自之又以

分母三乘之得四十七萬八千五百八十四

爲同數與左相消得

○

開平方得三十

四步卽重弦也合問

或問皇極大小差共一百八十七步明黃重黃

共六十六步問荅同前

法曰後數自乘爲實前後數相減餘爲法得

沙口方金身一

虛黃方三十六

草曰別得一百八十七卽明重二弦共也其
 六十六卽太虛大小差共也又二數相併得
 卍卽明重二和共若以相減餘曰卽明重四
 差共也 立天元一爲太虛黃方面加二黃
 共得阮丁卽虛弦也倍虛弦又加天元得阮
 曰卽城徑也又以虛弦加皇極大小差得阮
 卍卽極弦也以極弦乘城徑得川卍卍爲兩
 段皇極勾股積 寄左 再以極弦虛弦相併得

阮阮卽皇極勾股共也自之得三阮阮阮丙減
皇極弦幕阮得三阮阮阮爲同數與寄左
相消得日阮上法下實如法得三十六步卽
太虛黃方面也合問

或問東門南有柳一株南門東有槐一株甲出
東門直行丙出南門直行甲丙柳槐悉與城
參相直旣而甲就柳樹斜行三十四步至柳
樹下丙就槐樹斜行一百五十三步至槐樹
下問荅同前

法曰云數相乘倍之便爲平方實開方得虛
弦一百二步以此弦加甲行步卽極勾以此
弦加丙行步卽極股餘各依法求之

識別甲斜行卽重弦也丙斜行卽明弦也

無草

或問東門南有柳一株南門東有槐一株甲出
東門直行丙出南門直行二人遙相望槐柳
與城邊悉相直旣而甲復斜行至柳樹下丙
復斜行至槐樹下各不知步數只云丙共行

了二百八十八步甲斜行與柳至東門步共
得六十四步問荅同前

法曰二云數相乘於上以六十四步自之又
二之減上位爲平實十四之六十四於上倍
丙行減上位爲從（案）倍丙行乃數偶合當云
九個半六十四內減丙行
爲從。（鏡案）當云又以四步半
乘六十四加丙行減上位爲從二十常法得

甲直行步一十六

草曰別得丙共步卽明股明弦和也六十四
卽平勾也丙甲斜行卽直弦也柳至東門步

卽重股也又二云數相併卽明差與極弦共也二云數相減卽明差與平勾高股差共也又平勾內減重勾卽虛勾也立天元一爲重勾置丙共步以天元乘之復以六十四除之得嘽ㄊ爲明勾也又以天元減於六十四得遠ㄐ爲虛勾也併虛明二勾嘽ㄊ爲半徑也以自之得ㄊ倍之得嘽ㄊ爲半段圓城徑羈寄左乃以天元加六十四得ㄊ爲勾圓差於上又以明勾加丙共步得嘽ㄊ

爲股圓差於下上下下相乘得二〇。惟開平方得一十六步卽與左相消得二〇。惟開平方得一十六步卽直勾也此直勾乃甲出東門直行步也餘皆依數求之合問

或問東門南有柳樹一株南門東有槐樹一株甲出東門直行丙出南門直行二人遙相望槐柳與城邊悉相直旣而甲復斜行至柳樹下丙復斜行至槐樹下各不知步數只云甲共行五十步丙斜行與槐至南門步共得二

百二十五步問荅同前

法曰以二百二十五步自之爲冪又以此冪
自爲冪於上置甲共行以二百二十五步三
度乘之得數復折半減上位爲平實置二百
二十五步自之數以二云數相減數乘之又
倍之於上倍五十步在地以二百二十五步
自之數乘之復折半加上位爲益從云數相
減自乘於上以云數相乘復折半減上位爲
常法得明股卅

草曰識別得甲共步卽直勾直弦共也二百二十五卽高股也丙丙斜行卽明弦槐至南門步卽明勾也又二云數相併卽極弦丙減一個直差也云數相減卽直差與高股平勾差共也又高股丙減明股卽虛股也立天元一爲明股卽丙出南門直行步也置五十步以天元乘之得說合高股除不除便以此說爲直股也丙帶高股卽分母再置高股丙減天元得長卽爲虛股以分母高股乘之得

下式



加入車股得



卽半徑也以自

增乘得下



爲半徑羈也內帶高股羈

爲母

寄左

然後置甲共步以分母高股乘之

得太加入車股得



爲勾圓差於上

內帶高股

分母又以天元加高股得元爲股圓差於下

上下相乘得



又以分母高股乘之得

元

復折半得



爲同數與左相消

得



開平方得一百三十五步卽明股

也合問

或問通勾通弦共一千步重勾重弦共五十步

問荅同前

法曰置一千減二之五十步爲汎率以自乘復半之於上又置泛率復以五十乘之加上

位爲平實二十二之泛率於上

案二十二乃此題重和除

通和所得通倍重數加二數之數易題則數不同矣當直云通倍重數加二數乘泛率

以四十二

案四十二乃此題倍通倍重數加二數之數當直云倍通倍重數加

二乘五十得數內減泛率加上位爲益從二

百

案二百乃此題通倍重數加二數自乘折半於上又倍通倍重數併二數以減上位

之數當同上 爲常法得車股三
不必載數

草曰立天元一爲車股置一千以天元乘之
以五十除之得玩爲通股也又以天元加五
十步得玩卽小差也通股加小差得玩卽
卽通弦也以通弦減一千得玩卽通勾也
以小差減通勾得玩卽圓徑也以圓徑減
通股得玩卽大差也置大差以小差乘之
得玩元寄左 然後置圓徑以自之得玩
折半得玩與左相消得玩開平

方得三十步卽重股也合問

〔案〕此題通勾弦和爲重勾弦和度盡之數則不用寄分而用除法以從省便作者蓋舉一以例其餘也

或問通勾通弦共一千步明勾明弦共二百二十五步問荅同前

法曰以後數再自乘又以前數乘之爲平實以後數爲冪復以前數乘之爲從以前數冪爲常法得明股卅

草曰別得二百二十五步卽高股也 立天

元一爲明股置一千以天元乘之合以高股

除不受除便以此元爲通股內帶高股爲母以天元

加高股元卽大差也置大差以高股分母

乘之得元卽帶分大差也以此減於通股

餘元卽圓徑也以自增乘得元寄左

內帶高股然後置一千以高股分母通之得

內減帶分大差得元爲兩個通勾也內

減兩個圓徑得元爲兩個小差也以帶分

大差乘之得下式

開平

爲同數與左相消

得

開平

開平方得

一百三十五步卽明股

也合問

或問通股通弦共一千二百八十步重股重弦
共六十四步問荅同前

法曰云數相乘爲平實前數爲益從置前數
以後數除之得二十爲泛率泛率減一以自
乘於上又倍泛率減一加上位爲常法倒積
開得重勾一十六

草曰別得六十四步卽平勾也 立天元一

爲重勾置前數以天元乘之以後數除之得

玩卽通勾也又置天元加後數得玩卽卽八

差也以小差減通勾餘玩卽卽圓徑也以自

之得卽卽卽寄左然後以小差減於前數得

玩卽爲二通股內減兩個圓徑得玩卽卽爲二

大差也以小差乘之得下玩卽卽與左相消

得玩卽卽開平方得一十六步卽重勾也合

問

或問通股通弦共一千二百八十步明股明弦
共二百八十八步問荅同前

法曰二數相減以後數乘之內減後數釋又

半之爲泛率以自乘爲平實案或云前數內減二後數餘以

後數乘之折半自之亦同置前數加二之後數而半之爲

次率以乘泛率於上銳案泛率下當有倍之二字以後數

乘泛率減上位案或云二數相加以乘前折半數亦同爲益從

次率自乘於上以前數加次率復以後數乘

之減上位案或云前數折半內減後數又以半前數乘之亦同爲隅法

得明勾三

草曰別得二數相減餘兩爲通勾通股及明
勾共也。立天元一爲明勾置前數以天元
乘之合以後數除之不除便以此兩爲通勾
也。內寄後數分母又以二數相減得數內又減天元
得兩兩爲通和也乃以分母二百八十八之
得下式兩兩內減通勾餘兩兩爲通股也又
以天元加後數又以分母數也通之得兩兩
爲大差也以此大差減於通股得下式兩兩

爲一個圓徑也半之得開以自之得開

寄左爲半徑羈

寄左

然後以半圓徑減通勾得

概槩爲底勾又以天元乘之又以分母二百

八十八之得

開

爲同數與左相消得

開平方得七十二步卽明勾也合問

或問明股明弦併二百八十八步重勾重弦併

五十步又云明股重勾併多於虛弦四十九

步問荅同前

法曰前二數相併內減二之多步卽圓徑又

只以前二數相乘便是半徑冪

草曰識別得前二數相減而半之卽極差也
其多步名傍差又爲圓徑不及極弦數

或問平差高差共一百六十一步明股車勾併
多於虛弦四十九步問荅同前

法曰二數相減又半之以自乘爲實後數爲
法得平勾卽

草曰立天元一爲平勾以加前數得阮山爲
高股也又以天元加高股得阮山爲極弦內

減後數得阮_川又半之得阮_訂爲半徑以自
之得_{一阮_非}寄左然後以天元乘高股得_一
阮爲同數與左相消得_{三阮_非}上法下實得六
十四步卽平勾也合問

或問平勾高股差一百六十一步明差重差併
七十七步又云極弦多於城徑四十九步問
荅同前

法曰併上二位而半之爲平率其四十九卽
旁率也副置平率上加旁率下減旁率以相

乘爲實倍旁差爲法得勾圓差三。

(案)求實數有誤當云

併上二位而半之內減後數於上又置上前數內減後數以乘上位爲實方合。(銳案)此以法除實得半徑不得勾圓差分類釋術以四十九爲法得城徑是也蓋此問本有又法一求勾圓差一求半徑傳寫脫漏各逸其半遂致舛誤不通今以意改正二法復補一草後如

法曰併上二位而半之爲平率其四十九

卽旁率也副置旁率上以減於平率下以

減於前數以相乘爲實倍旁差爲法得勾

圓差三。

又法求半徑副置平率上加旁率下減旁率以相乘爲實倍旁差爲法得半徑

草曰立天元一爲半徑又爲半之股圓差上弦較較又爲半之勾圓差上弦較和也內減勾圓差上勾股較。餘阮_弋爲半之勾圓差上弦較較也置股圓差上勾股較卽以半之勾圓差上弦較較乘之得阮_弋寄左然後以半之股圓差上弦較較乘勾圓差上勾股較得阮爲同數與左相消得

下式訓堀上法下實得一百二十步卽半徑也合問

草曰識別得平勾高股差名爲角差副置角差上加七十七而半之得卅卽極差也下減七十七而半之得卅卽虛差也角差加極差得卅卽通差也又極弦多於城徑步名爲旁差副置角差上加旁差得卅爲兩個高段上勾股較下減旁差得卅爲兩個平段上勾股較也又副置極差上加旁差得卅爲股圓差

上勾股較下減旁差 \pm 。爲勾圓差上勾股較也。立天元一爲勾圓差依法求得通差加入天元得 $\text{阮}\pm$ 卽大差也以天元乘之得 阮 爲半段圓徑 釋 寄左乃置大差 $\text{阮}\pm$ 內減股圓差上勾股較 阮 餘有 $\text{阮}\text{川}$ 爲股圓差之勾於上再置天元內加勾圓差上勾股較 \pm 得 $\text{阮}\pm$ 爲勾圓差之股以乘上位得 $\text{阮}\text{罪}$ 爲同數與左相消得 $\text{阮}\text{罪}$ 上法下實得八十步卽勾圓差也

又依前問見角差一百六十一步見明差重差
併七十七步又見太虛弦較較六十步問答
同前

法曰前二數相減而半之得數加入半之太
虛弦較較爲泛率以自乘爲平實置一百六
十一內減二之泛率爲從一常法得平勾卅
草曰別得 \circ 卽二重股也 立天元一爲平
勾先以前二數相減而半之得 \circ 爲虛差以
虛差加重股得 \circ 卽明勾也以明勾加天元

得阮川爲平弦以自之得一阮川內減天元

冪得阮川爲半徑冪

寄左

然後以天元加一

百六十一爲高股以天元乘之得一阮爲同
數與左相消得一阮開平方得六十四步
卽平勾也

又法曰前數內加半之太虛弦較較以自乘爲

實

案此語有誤當云倍角差加半太虛較以

半太虛較乘之。鏡案當云倍前數內加

半之太虛弦較較又以前數內減太虛弦較
太虛弦較乘之爲實較爲從一常法開平方得平勾六十四此更

不用明差重差併也

草曰依前求平勾前高股內加重股得阮

爲高弦也以自之得阮於上位內減高

股羣餘得阮爲半徑羣然後

以天元乘高股得阮爲同數與左相消得

下阮開平方得六十四步卽平勾也合

問

或問高差平差併一百六十一步明差重差併

七十七步問答同前

法曰以前數自乘於上二數相併而半之以
自乘減上位得數復自增乘爲平實前數自
之於上又以四之前數乘之寄位以前數自
之於上併二數而半之以自乘減上位得數
又以四之前數乘之案此下落又減於寄位
爲從前數自之又四之於上又以四之前數
爲羈加上位權寄以前數爲羈於上併二數
而半之以自乘減上位得數復八之加上位

鏡案當云復

八之於上又以四之前數爲羈加入上位

併以減於權寄爲常法

案或云二和併而自之又半之以減高平

共差羈又四之爲常法亦同得平勾

草曰識別得二位相併而半之得卅卽極差也 立天元一爲平勾加一百六十一得阮

山爲高股高股內又加天元得阮山爲極弦

以自之得卅阮於上內減極差羈一萬四

千一百六十一餘卅阮爲兩段極積合以

極弦除不除寄爲母便以此爲城徑以自增

乘得千阮爲圓徑羈內有極弦寄左

然後以天元乘高股又四之得 三三三 又以分
母極弦冪 三三三 通之得 三三三 太爲同
數與左相消得 三三三 開平方得六十四步
卽平勾也合問

或問見明和二百七步重和四十六步問荅同
前

法曰二和上下相減數同則止名爲泛率又
以二和直相減餘爲泛實 此則角差也 乃以泛率

除泛實所得爲差率也以差率加減泛率若

半訖與勾股相應者其泛率便爲和率其泛實便爲較率乘和率也若不相應則直取差

率以消息之定爲相管和率

其勾股數少得見弦黃而相爲

率者勾三股四則其和七而其較一也勾五股十二則其和十七而其較七也勾八股十五則其和二十三而其較亦得七也勾七股二十四則其和三十一而其較一十七也勾九股三十則其和二十九而其較一十一也此消息之大略也餘皆倣此。鏡案此有誤當作勾九股四十則其和四十九而其較三十一也若勾九股二十則各自爲羈開方求弦尚有奇賸與上得見弦黃之文不相應矣乃以和率約二和其明和所得爲明壘率其重和所得爲重壘率

也又副置和率上加差率而半之則爲股率也下位減差率而半之則爲勾率也既見勾股及差三率各以壘率乘之卽各得勾股及差之眞數也

案此用約分以勾股率數求之甚爲省便然必兩數度盡而得數最小者方可用若兩數不能度盡或旣度盡而得數尚大者轉屬繁難故又設後法

又法二云數相併以自乘於上二之云數相乘

又四之以減上位爲實二云數相併以六步半乘之於上又二數相併以四步半乘之又四之以併入上位爲從方以七十步。四分三釐七毫五絲爲常法得車小差四步

草曰以二和相約命得車率一明率四步半其兩數大小差率竝同又別得明小差車大差俱爲半虛黃也 立天元一爲車小差以四步半乘之得豎爲車大差也又爲明小差又爲半虛黃置此車大差又以四步半乘之

得_步為明大差也其四差相併得_步減於三

和併得_步即兩段太虛大小差併也內加

三段虛黃方_步得_步合成一个太虛三事

和即圓城徑也以自增乘得_步為徑

寄左乃置車和加半虛黃得_步為平勾又

置明和內加半虛黃得_步為高股勾股相

乘得下式_步又四之得_步為同數

與左相消得下式_步開平方得四步即

車小差也合問

或問明車二勾共八十八步明車二股共一百六十五步問荅同前

法曰先識別得二大差共二小差共及四差共乃以二大差二小差相乘爲實以四差共爲法如法得半之虛黃方一十八

草曰先置前後云數以約法約之得一十一卽壘率也復各置前後數如壘率而一前得八卽勾率也後得一十五卽股率也再以勾股率求得較率七和率二十三弦率一十七

黃方率六大差率九小差率二既見諸率各
以壘率乘之其二和共得卅二較共得卅二
弦共得卅二黃共得卅二大差共卅二小差
共卅二其曰已上皆爲明重所得之共數
也乃立天元一爲半虛黃便爲明小差又爲
重差也以減於大差共得長卅卅卅卅卅卅卅
也又以減於小差共得長卅卅卅卅卅卅卅卅
二數相增乘得一版卅寄左以天元羈與寄
左相消得卅卅上法下實得一十八步卅卅半

之虛黃方也以倍之得三又加於二黃共六十六共得一百二卽明勾重股共也又爲極黃方又爲虛弦也又以三十六減於一百八十七餘一百五十一卽明股重勾共也此數內減虛弦餘卅爲明重二差較也此名旁差以旁差減二弦共一百八十七餘得卅卽太虛和也却加入虛弦一百二併得卅爲太虛三事和卽圓城徑也合問

又或以虛黃方加於二和共二百五十三得卅

爲極弦也以旁差減極弦餘二百四十步亦

同

又或前後副置勾股較和弦黃六率在地前以小差率二因之則勾得一股得三較得三和得三弦得三黃得一卅卽重段各數也後以大差率九因之則勾得卅股得卅較得卅和得卅弦得卅黃得卅卽明段各數也旣得明重各數餘皆可知

案此因明弦卽皇極弦勾弦差重弦卽皇極弦股弦差故

以小差率乘各率卽得重段各數以大差率乘各率卽得明段各數也

案右二卷明車前十八問後十六問在集中尤爲神妙惜其中有偶爾思省未至者亦未暇修飾故耳

敬齋先生測圓海鏡細草卷第八

元和李銳覆校

步與丙相會丙云我南行步多於甲東行二百八十步問荅同前

法曰以云數差乘云數併爲實倍多步爲從二爲平隅得大勾三百二十

草曰立天元爲大平案大平即大勾加差得阮阮爲

股倍天元乘之得阮爲二積寄左然後以

斜步多步併阮與斜步多步較阮相乘得阮

爲同數與左相消得阮開平方得三百

二十步即大勾也合問

或問甲乙二人共立於艮隅乙南行過城門而
立甲東行望乙與城參相直而止丙丁二人
共立於坤隅丁向東行過城門而立丙向南
行望丁及甲乙悉與城俱相直丙復就甲斜
行六百八十步與甲相會乙丁又云吾二人
直行共得三百四十二步問荅同前

法曰二云數相乘倍之爲實倍斜行於上以
二云數相減加上位爲從一步常法開平方
得城徑

草曰別得斜步卽大弦也其共步則一徑一
虛弦共也其二數相併爲一大和一虛弦共
數也立天元爲徑減於共步得 ㄩ 爲虛弦
也以虛弦復減於天元得 ㄩ 爲虛和以斜
步乘之得 ㄩ 寄左乃以天元加斜步得 ㄩ
 ㄩ 爲大和以虛弦乘之得 ㄩ 爲同數與
左相消得 ㄩ 開平方得二百四十步卽
城徑也合問

或問甲從北門向東直行庚從西門穿城東行

丙從西門向南直行壬從北門穿城南行四
人遙相望悉與城參相直只云甲丙相望處
六百八十步庚壬穿城共行了六百三十一
步問荅同前

法曰共步自之得數以共步減斜餘自乘以
減上爲實二之斜步加入共步減斜餘數爲
從一步常法得城徑

草曰共行步爲一徑與皇和共也又爲大和
皇弦差也甲丙相望卽大弦也以共步減大

弦餘_三爲皇極弦上減一徑也立天元一爲
圓徑減於共步得_三爲皇極和也以自之
得_一於上弦內減共步餘_三又以天元
加之爲皇弦以自之得_一減上位餘得
三爲兩個皇直積{寄左}乃以天元乘皇弦
得下式_一爲同數與左相消得_一平
方而一得二百四十步卽城徑也合問

敬齋先生測圓海鏡細草卷第九上

元和李銳覆校

測圓海鏡細草卷第九下

翰林學士知制誥同修國史樂城李冶撰

大和八問

或問庚從西門穿城東行二百五十六步而立
壬從北門穿城南行三百七十五步而立又
有甲丙二人俱在乾隅甲向東行丙向南行
各不知步數而立四人遙相望只云甲丙共
行了九百二十步問荅同前

法曰庚東行羃壬南行羃相併於上併庚壬

步而倍之內減大和餘復減於庚壬共得數
案或云併庚壬步以自乘減上位爲平實併以減大和亦同 庚壬步爲益從半步爲隅法得城徑

草曰立天元一爲圓徑以半之副置二位上以減於庚東行得下嘒𠄎爲平弦也下以減於壬南行得嘒𠄎爲高弦也二弦相併得遠𠄎爲皇弦虛弦共也倍此數得𠄎爲大弦虛弦共也以大弦虛弦共減於大和餘𠄎爲虛勾虛股共也天元內減虛勾虛股其餘

遠目卽虛弦也復置皇弦虛弦其內減虛弦
餘ㄩ卽皇極弦也以自之得ㄩ寄左然

後以平弦自之得下式ㄩ爲勾冪也又

以高弦自之得ㄩ爲股冪也二冪相併

得ㄩ爲同數與左相消得ㄩ平方

而一得二百四十步卽城徑也合問

或問甲丙俱在西北隅甲向東行不知步數而

立丙向南行望見甲就甲斜行與甲相會甲

直行丙直行共九百二十步甲步少又出東

門南行有柳樹一株出南門東行有槐樹一株
株戊己二人同在巽隅戊就柳樹己就槐樹
亦與甲乙遙相望只云己行少於戊行數與
兩樹相距數相併得一百四十四步其二數
相減餘六十步問荅同前

法曰二云數相併而半之爲虛弦以乘大和
九百二十步於上以一百四十四減大和以
虛較乘之減上位爲平實以一百四十四減
大和又二之於上以二之虛較減上位案或云倍

甲丙直行共加己戊較與兩樹距之和亦同較為從
減三之己戊較與兩樹距之和亦同

四虛隅得太虛勾四十八

草曰別得甲丙直行共卽大和也戊就柳樹
步卽虛股也己就槐樹步卽虛勾也其一百
四十四步卽二明勾其六十步卽二重股也
立天元一爲虛勾加明勾得阮卅爲半徑也
倍之得阮卅卽城徑也又爲虛弦二三事和
二云數相
併而半之得卅卽小弦也相減而半之得卅
卽小較也以天元加較得阮卅卽小股也小

勾股其得既三卽小和也以小三事減大和
得既四卽大弦也乃先置小和以大弦乘之
得下式卅既卅寄左次以小弦乘大和得既
卅與左相消得下式卅既卅開平方得四十
八步卽虛勾也加明勾又倍之得二百四十
步卽城徑也合問

或問甲從乾隅東行乙從艮隅南行丙從乾隅
南行丁從坤隅東行四人遙相望見既而甲
還至艮隅就乙丙還至坤隅就丁甲丙直行

共九百二十步甲還就乙共二百三十步丙
還就丁共五百五十二步問荅同前

法曰併就數以減直行共復以所併就數乘
之爲實併就數減直行共得數復加入直行
共爲法得虛弦

草曰別得甲丙直行共爲大和也甲還就乙
步爲小差勾股共也丙還就丁步爲大差勾
股共也以大差勾股共減於大股餘卽虛勾
也以小差勾股共減於大勾餘卽虛股也二

數相併得 㒼 爲大弦虛弦共也二數相減餘 㒼 爲通差及太虛勾股差共也又併二數而半之得 㒼 爲皇極弦虛弦共又爲皇極勾股共也立天元一爲虛弦先以二共數減於大和餘 㒼 爲虛勾虛股和於上次以虛弦減於二共數餘 㒼 爲大弦以乘上位得下 㒼 寄左然後以天元乘大和得 㒼 爲同數與左相消得 㒼 上法下實得一百二步卽虛弦也加入虛和得二百四十步卽城徑也合問

又法併云數減大和復以云數相減乘之爲實
併云數減大和得數復加入大和爲法如法
得虛差四十二

草曰立天元一爲虛較先以併云數減大和

餘卽爲虛和於上次以天元減於卽得辰卽

爲通差以乘之得辰寄左然後以天元乘

大和爲同數與左相消得辰寄左上法下實得

四十二步卽虛差也副置虛和爲二位上加

虛差而半之得九十卽虛股也下減虛差而

半之得四十八卽虛勾也勾幕即股幕得半
相併得開開平方得一百二步卽虛弦也加
入虛和得二百四十步卽城徑也合問

或問依前見大和只云股圓差上勾弦差二百
一十六勾圓差上股弦差二十步問答同前
法曰以云數二十步減通和復以二十步乘
之於上以云數二百一十六減九百步案卽併二
差以減大和而半之乘上位爲立實三因二十步
以減通和得八百六十以二百一十六減通

和而半之

〔鏡案〕此有脫文當云以二百一十六及二十共得二百三十六減通

和而得三百四十二二數相乘訖內減二十

之九百步又以三百四十二及二百一十六

共得五百五十八又二之

〔鏡案〕當作又二十之

以減之

爲從方

〔案〕取從方內語有誤當云三因小差減大和併二差減大和半之相乘於

上三因大和加大差減三之小差半之以小差乘之得數減上位爲從方以二百

一十六

〔鏡案〕一當作三

減通和又以三之二十步減

通和相併於上以二之五百五十八內却減

二十步餘以減上位爲益廉

〔案〕取益廉內語亦有誤當云三

因大和減六之小差爲益廉也四步常法得小差股一百五
十

草曰別得小差上股弦差加二股爲大勾
也大差上勾弦差加二勾爲大股也立
天元一爲小差股加一得阮一爲小差弦也
小差弦上又加天元得阮爲通勾以減於
和步得阮爲通股也通股內減阮得阮半之得下式阮卽大差之勾也大差勾上
又加阮得阮爲大差弦也再置通股以小

差弦乘之得卅

玩卅

以天元除之得卅

爲一个大弦也

泛寄

再置通勾以大差弦乘之

得卅

玩卅

合以大差勾除不除寄爲母便以

爲大弦

寄左

乃以大差勾乘泛寄得卅

卅爲同數與左相消得卅卅卅益積開立

方得一百五十步爲小差股也合問

或問依見前大和只云高弦平弦共得三百九

十一步高弦平弦相較得一百一十九步問

答同前

法曰以較數冪減於共數冪又半之爲實以
共數減大和爲益從一常法開平方得圓徑
草曰別得高弦減於通股爲邊股內減明股
也平弦減於通勾爲邊勾內減明勾也其共
數卽大弦內減皇極弦又爲皇極勾股其也
其相較步卽皇極差也二云數相併得卍卽
黃廣弦也二云數相減餘卽黃長弦也以共
數減於大和餘卍爲皇極弦圓徑共立天元
一爲圓徑以減於卍爲皇極弦也以共數自

之得𠄎於上以相較數自之得𠄎減上位餘

𠄎又半之得𠄎為兩段皇極積寄左乃以天

元乘皇極弦得卜𠄎為同數與左相消得下

一𠄎開平方得二百四十步即城徑也合

問

或問依前見大和只云大差弦四百〇八步小

差弦一百七十步問荅同前

法曰以併云數減大和復以乘大和又倍之

為平實三之通和於上又以併云數減大和

加上位爲從二步虛法得圓徑

草曰大差弦減和步餘卽爲大勾大差勾共也
也以小差弦減大和餘卽爲大股小差股共也
也云數相併卽大弦內減虛弦也云數相減得卽爲虛弦平弦共也
(案此二語因數偶合而誤見前。)
(案此數偶合於新設四率俱不通下問草同)
以相併數減於大和餘卽爲大差勾小差股共又爲圓徑虛弦共也
也立天元一爲圓徑減於卽得長卽爲虛弦也
也返以減於圓徑得阮卽爲小和也以天元

減大和得𠄎為大弦以乘小和得𠄎

寄左

乃再置虛弦以通和乘之得𠄎與左

相消得𠄎開平方得二百四十步即城徑也合問

或問依前見大和只云黃廣弦五百一十步黃長弦二百七十二步問答同前

法曰云數相併減大和復以相併數乘之為實云數相併減大和得數復以加大和為法得虛弦一百二

草曰別得黃廣弦又爲大差弦虛弦共又爲
邊股重股共也黃長弦又爲小差弦虛弦共
又爲底勾明勾共也以黃廣弦減於大股餘
三〇卽虛股以黃長弦減於大勾餘三〇卽虛勾
故併數以減於大和餘卅爲虛和也以虛和
減徑卽虛弦也二云數相併得卅爲大弦虛
弦共也云數相減餘卅爲虛弦平弦共案此句誤
上立天元一爲虛弦以減於七百八十二得
五卅爲大弦也以小和乘之得卅寄左乃

以天元虛弦乘大和得 ㄅ 為同數與左相
消得 ㄅ 上法下實得一百二步卽虛弦也
合問

或問依前見大和只云邊弦五百四十四步底
弦四百二十五步問答同前

法曰云數相減自之為實以大和減併數為
法得皇極弦 ㄅ

草曰別得以邊弦減大股餘訂為半徑內減
平勾又為平弦內減勾圓差也以大勾減於

底弦餘卍爲高股內少半徑又爲股圓差內
少高弦也二云數相併得九百六十九爲大
弦皇極弦共也二云數相減卍爲皇極勾股
差也併數內減通和餘卍爲皇極弦內減圓
徑也立天元一爲皇極弦以自之於上以一
百一十九自之得卍減上位得一卍卍爲二
皇積寄左復置天元內減四十九得下式卍
卍爲黃方復以天元乘之得一卍與左相消
得卍卍上法下實得二百八十九步卽皇極

弦也內減四十九餘卽城徑也合問

案右大和八問每問於大和外復設二數然多有大和外設一數卽可求者細考其法草所載皆三數竝用婉轉求之蓋意在發明三數取用之理非不知其可省也

元和李銳覆校

敬齋先生測圓海鏡細草卷第九下

測圓海鏡細草卷第十

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

三事和八問

或問甲乙同立於乾隅乙向東行不知步數而立甲向南直行多於乙步望見乙復就東北斜行與乙相會二人共行了一千六百步又云甲南行不及斜行八十步問荅同前

法曰共步內減四之小差復以自之於上以十八個小差羈減於上爲實四之共步內減

十六个小差於上却以十八小差加上爲益
從四步常法開平方得中差 𠄎

草曰別得共步爲三事和也不及步卽小差
也立天元一爲中差加二之小差得 𠄎 爲
大小差併以加入三事和得 𠄎 爲三弦也
倍三事得三千二百內去大小差併得 𠄎
爲三和也內減三弦餘 𠄎 爲三個黃方以
自之得 𠄎 爲九段黃方_{寄左}再置天
元中差加小差得 𠄎 爲大差以小差 𠄎 乘

之得_三玩_四爲半个黃方竊就一十八之得_三玩_四
卅_五爲同數與左相消得_三卅_五開平方得二
百八十步卽中差也其餘各依法求之合問
或問依前三事和又云大差三百六十步問答
同前

法曰倍云數以云數乘之又九之於上倍云
數加三事和爲前數倍云數減二之三事和
爲後數二數又相減餘一百六十爲泛率以
自乘減上位爲平實十八之云數內又加四

之泛率爲從四常法得中差 𠄎 。

草曰立天元一爲中差置云步倍之內減天元得 𠄎 爲大小差共數加於三事得 𠄎 。爲三弦也倍三事內減大小差共數得下式 𠄎 。爲三和也內又減三弦得 𠄎 。爲三個黃方面也以自之得 𠄎 。爲九段黃方_{寄左}。再以天元減大差得下式 𠄎 。爲小差又倍之得 𠄎 。以云數乘之得下式 𠄎 。又就分九之得下式 𠄎 。與左相消得下式 𠄎 。

或問依前見三事和又云中差二百八十步問
或問依前見三事和又云中差二百八十步問
答同前

法曰和步加差步以自乘於上又和步內減
差步以自乘加上位爲平實四之和步爲益
從二步益隅得大弦

草曰立天元一爲大弦減其步得遠爲和
副置之上位減差步得遠爲二勾以自之
得一爲四段勾竊也下位加差步得遠

卽爲二股以自之得一爲四段股羈也

二位相併得二爲四段弦羈寄左然後

以天元自之又四之與左相消得卅開

平方得六百八十步卽大弦也倍之以減於

三事和餘卽城徑也合問

或問依前見三事和又云小差大差併四百四

十步問荅同前

法曰併前後二數三而一爲弦反以減其步

得數又以減弦得城徑

草曰二數相併得卅三而一得卞卽弦也以
弦減三事和得卅卽和也弦和又相減餘二
百四十步卽城徑也合問

或問依前見三事和又云小差中差大差共七
百二十問荅同前

法曰半云數自之又三之於上以三事減上
位爲平實倍三事於上半云數而五之加上
位爲益從二常法得小差八十案以三事減上
位有誤此
係偶合三事之數耳當云加半段三事畢又
倍三事和加大差復以大差乘之減上位爲

平實。〔鏡案〕此數偶合當云半云數加三事又自之以三事算加五減之餘以減上位爲實

草曰別得三差共爲二大差也立天元一爲

小差併大差加入三事得 元 卽爲三弦也以

自之得 一 〔元〕卽爲十八積九較〔寄起〕又以共

三事步自之得 元 於上又以天元小差乘大

差倍之得 元 加於上爲十二積四較〔寄起〕又加

五〔案〕卽三得 元 卽爲十八个直積六个較〔寄起〕

以減寄起餘得 一 〔元〕卽爲三个較〔寄左〕然

後以天元小差減大差得辰為中差以自
之得一又三之得下式三與寄左
相消得二平方而一得八十步即小差
也餘各依數求之合問

或問依前見三事和又云明黃方直黃方共六
十六問荅同前

法曰三事內加二之共步復以二之共步乘
之於上位三事內減二之共步復以二之共
步乘之得數減上位為平實三事內加二之

共步又倍之於上又三案三當作六之共步加上

位爲泛寄三事內減二之共步又四之於上

又三案三亦當作六。鏡案此二案竝非作三是也之共步減上位

得數以減泛寄爲從作十八段虛平方開之

得虛黃方三

草曰別得共步卽虛大小差也立天元一爲

虛黃方以三之加入倍之共步得昉卅爲圓

徑也以圓徑加三事得昉卅爲二通和以圓

徑減三事得昉卅爲二通弦又副置圓徑上

加天元得阮曰爲二虛和下減天元得阮曰
爲二虛弦乃置二大和以二小弦乘之得下
丁阮非寄左然後置二大弦以二小和乘之
得下式阮非與左相消得阮非開平方
得三十六步卽虛黃方也其餘各依法求之
合問

或問依前見三事和又云皇極弦二百八十九
步問荅同前

法曰二數相乘爲實從空一益隅得大弦也

草曰立天元一爲通弦內減皇弦餘阮_阮爲
皇極勾股和以自之得_阮於上以皇極
弦冪減上位得_阮爲二直積合以皇弦除
之不除寄爲母便以此爲城徑寄左乃以二
之天元弦減共步得_阮爲黃方面以皇弦
通之得_阮與左相消得_阮。開平方得
六百八十步卽大弦也合問

或問依前見三事和又云見太虛弦一百二步
問荅同前

法曰半虛弦乘三事爲實三事爲從四虛隅
翻開之得半大弦

草曰識別得以虛弦減大弦半之爲皇極弦
以虛弦加大弦半之爲皇極勾股共也立天
元一爲半大弦以二之內減虛弦得阮卅折
半得阮卅爲皇極弦也又以虛弦加大弦而
半之得阮卅爲皇極和也和自之得阮卅
於上又以弦自之得阮卅減上位餘得下
阮爲二直積合以皇極弦除之不除寄爲分

母便以此爲城徑

寄左

然後以四之天元減

三事共餘卅。又以皇極弦分母通之得卅

卅爲同數與左相消得卅。倒積開得

三百四十步倍之卽大弦也合問

元和李銳覆校

敬齋先生測圓海鏡細草卷第十